



数学分析

要点 · 难点 · 拓展

楼红卫 编

高等教育出版社

内容提要

本书以注记的形式讲述数学分析中一些值得注意的要点和难点, 并做适当的拓展。

本书内容分为上、下两篇。上篇是针对现有通行教材, 对各章的内容做些补充, 主要是解释性的。由于可以从教材内容的先后次序中解脱出来, 因此本书的内容会有助于学生对数学分析知识的融会贯通。下篇则是讲述一些通常教材中不讲的但属于学生经常思考乃至迷惑的问题, 内容也更具有拓展性。特别, 在本书中我们尝试将数学不同分支的一些重要思想融入数学分析的学习中, 这一切将有利于学生对数学分析的深入理解和今后在数学上的进一步发展。

本书适合数学类专业学生使用, 也可供教授数学分析课程的教师参考。

图书在版编目(CIP)数据

数学分析: 要点·难点·拓展 / 楼红卫编. -- 北京: 高等教育出版社, 2020. 6
ISBN 978-7-04-053443-6

I. ①数… II. ①楼… III. ①数学分析 - 高等学校 - 教材 IV. ①O17

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2020) 第 015343 号

Shuxue Fenxi Yaodian Nandian Tuo-zhan

策划编辑	胡颖	责任编辑	胡颖	封面设计	张楠	版式设计	马云
插图绘制	于博	责任校对	王雨	责任印制	刁毅		

出版发行 高等教育出版社
社址 北京市西城区德外大街4号
邮政编码 100120
印刷 北京玥实印刷有限公司
开本 787mm×960mm 1/16
印张 20.75
字数 370千字
购书热线 010-58581118
咨询电话 400-810-0598

网 址	http://www.hep.edu.cn http://www.hep.com.cn
网上订购	http://www.hepmall.com.cn http://www.hepmall.com http://www.hepmall.cn
版 次	2020年6月第1版
印 次	2020年6月第1次印刷
定 价	39.70元

本书如有缺页、倒页、脱页等质量问题, 请到所购图书销售部门联系调换
版权所有 侵权必究
物 料 号 53443-00

前言

数学分析是大学数学类专业的一门主要基础课,由于其思想性和灵活性并重,学生要学好这门课并不容易。为了学好这门课程,学生除了需要做大量的练习外,还需要在这个过程中提升自己的逻辑水平和抓住问题本质的能力,同时,也需要把新学的知识包括在后继课程中学到的知识融会贯通到数学分析中来。

本书以注记的形式讲述数学分析中一些值得注意的问题和思想,内容分为两部分。一部分是针对现有通行教材,对各章做些补充,主要是解释性的。比如讲了不定积分后,可以回头讲解从纯分析的角度怎么构造中值定理证明中的辅助函数。另一部分则是一些通常教材不讲的,但属于学生在做进一步思考时遇到乃至迷惑的问题,内容更多是拓展性的。

为了讲清楚一些问题,有很多内容难免涉及一些后继课程的内容。我们的原则是不回避。而且,考虑到有关内容在后继课程中不见得能够得到充分的介绍,我们对这些内容的介绍常常是比较详细的。对那些能够被学生在数学分析基础上理解的内容,在引入一些必要的概念后加以比较详细的介绍。而对那些不太容易在数学分析基础上讲清楚的知识,则采用在承认一些结论的基础上加以介绍。介绍这些内容的目的既与激发学生进一步学习的兴趣有关,也与希望学生要向前走,不要局限于在本课程框架内追求对知识的深入理解有关。事实上,本书从多方面表明,只在数学分析框架内学习,是很难学好数学分析的。

我们期望本书能够为广大优秀学生提供有效的帮助,也期望它能够成为任课教师尤其是习题课教师提供有益的参考。

尽管“数学分析”是一门成熟的课程,但笔者在本书的撰写过程中,颇感数学分析深不见底。每一轮修改后总会发现书稿依然存在一些重要的不足,以至于无法坦然收官。毫无疑问,目前书稿中还会有许多不足,恳请读者不吝指正。

编者

2019年10月

上篇 基本内容

1	实数系的建立	3
2	集合的势	12
3	两个重要极限以及圆周率 π 和自然对数的底 e	20
4	施托尔茨定理	30
5	极限定义回顾	34
6	实数系基本定理	39
7	连续函数	42
8	上下极限	50
9	导数和微分	55
10	不定积分	62
11	微分中值定理	68
12	插值多项式	80
13	欧拉公式	86
14	定积分	91
15	一致收敛性及其性质	103
16	多元函数	108
17	重积分	114
18	数项级数与幂级数	126
19	傅里叶级数	139
20	问题的简化	149

下篇 拓展内容

21	连续性方法	155
22	有理函数最简分式的计算	163
23	微分达布定理及中值定理类问题	174
24	洛必达法则和等价关系的灵活运用	188
25	黎曼可积的充要条件	199
26	无处稠密集和贝尔纲定理	206
27	斯特林公式的简单证明	210
28	阿贝尔和、切萨罗和与陶伯型定理	216
29	傅里叶级数的奇异性	227
30	三角级数展开的唯一性	236
31	伯努利数和伯努利多项式	245
32	魏尔斯特拉斯逼近定理的证明和推广	252
33	欧拉积分及相关函数	265
34	函数的光滑逼近	280
35	一些重要的反例	294
36	阿尔泽拉定理	304
37	变分思想	311
	参考文献	317
	索引	322